УДК: *01.01.02*

Хаитов Тожибой Омонович

Ассистент Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова

ИНТЕГРАЛЬНАЯ МНОГООБРАЗИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация: *Данной статье рассматривается исследование интегрального многообразия нелинейного интегро-дифференциального уравнения атакже основного уравнения к системе специального вида*

Ключевые слова: *Уравнения, прикладная задача, дифференциалы, исследования, динамика*

Khaitov Tojiboy Omonovich

Assistant of Tashkent State Technical University named after Islam Karimov

INTEGRAL DIVERSITY OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

Abstract: *This article discusses the study of the integral manifold of a nonlinear integro-differential equation as well as the main equation to a system of a special form*

Keywords: *Equations, applied problem, differentials, research, dynamics*

При изучении многих прикладных задач часто приходим к рассмотрению интегро-дифференциальных уравнений.

Интегро-дифференциальные уравнения встречаются при изучении щелевых антенн, качки корабля на спокойной воде, распространение вязкопластического течения с учетом упрочнения для случая сдвига, в гидродинамической теории смазки, в теории автоматического регулирования, в процессах сейсмостойкости сооружений.

К исследованию интегро-дифференциальных уравнений приводятся, например, изучения явления последействия в твердом теле, изучение процессов деформации реальных тел, механические, электромагнитные и тепловые процессы с учетом явления фактора времени, процесс распространения электромагнитных волн в среде с диэлектрической и магнитной вязкостью, колебания физического маятника с полостью, заполненной вязкой жидкостью.

Известно, что А.М. Ляцунов является одним из основоположников теории фигур равновесия однородной и слабо неоднородной вращающейся жидкости, частицы, которой взаимно притягиваются согласно закону всемирного притяжения. Ляпунов доказал существование фигур равновесия близких к эллипсоидальным. Он выявил также существование близких к сфере фигур равновесия медленно вращающейся неоднородной жидкости в случае изменения ее полости с глубиной.

Эта теория А.М. Ляпунова получила глубокое развитие в работе, где вся проблема фигур равновесия вращающейся в жидкости связана с теорией интегро-дифференциальных уравнений.

К интегро-дифференциальным уравнениям приводятся задачи динамики вязкой упругости, а также задачи ядерной физики и многие другие задачи механики, физики, теории колебаний.

Вышеприведенные примеры задач, и связь с теорией интегро-дифференциальных уравнений позволяют утверждать, что изучение интегро-дифференциальных уравнений имеет важное теоретическое и практическое значение.

Этим прежде всего объясняется тот факт, что за последнее время появились многочисленные работы, в которых исследуют существование, единственности, устойчивость и многие другие свойства решений интегро-дифференциальных уравнений, Обзор исследований интегро-дифференциальных уравнений дан в.

Сравнительно недавно, но весьма интенсивно, стал развиваться классический метод усреднения академика Н.Н. Боголюбова для интегро-дифференциальных уравнений и в настоящее время уже получен ряд результатов как в направлении разработки алгоритма построения усредненных уравнений, так и в направлении установления различных теорем. Полученные алгоритмы уже находят эффективное применение в различных задачах механики сплошной среды, в частности, в теории вязко-упругих систем, в теории колебаний тел, имеющих полости, заполнения жидкостью и т.п.

На возможность исследования динамики вязкоупругих систем классическим методом усреднения академика Н.Н. Боголюбова указал А.А. Ильюшин. Им же была показана принципиальная возможность сведения определенного класса таких задач к системам интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром.

Интегральные многообразия позволяют также достаточно полно исследовать окрестности стационарных решений рассматриваемых уравнений в критических случаях.

Этот метод дает возможность строго обосновать так называемый одночастотный метод в нелинейной механике и значительно расширить область его применения»

Интегральные многообразия являются образованиями более стабильными по отношению к малым изменениям правых частей уравнений по сравнению с индивидуальными решениями.

Метод интегральных многообразий является самостоятельным и эффективным направлением в теории дифференциальных уравнений, позволяющих получать не только качественные, но и количественные результаты при исследовании достаточно сложных динамических систем.

Большой вклад внесли в развитие метода интегральных многообразий ученые в США - С. Дилиберто, В. Кайнер, А. Келли, Н. Левинсон, В. Лауц, М. Маркус, Р. Сакер, Г. Хаффовд, Хеил, Н. Чефи и др.; в Румынии - А. Халанай; в Японии - Т. Иошизава, М. Урабе; в Чехословакии - Курцвеиль.

Большой вклад внесли в развитие и применение классического метода интегральных многообразий академика Н.Н. Боголюбова ученые Советского Союза, среди них большой интерес заслуживают исследования О.Б. Лыковой, Ю.А. Митропольского, В.А. Плисса, А.М. Самойленко и другие.

Согласья вышеприведёнными рассмотрим одну задачу:

Существует много проблем с дисперсией частиц в веществе: поток нейтронов в реакторе, теплообмен в газах, диффузия атомов и электронов и т.д. Такие вопросы сводятся к уравнению эскалации. В общем случае уравнение усиления имеет интегро-дифференциальную форму.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\,\frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t) \quad , \quad (1)$$

где c-скорость постоянна. Если c> 0, лиса распространяется на него. Мы решаем задачу для уравнения (1).

$$u(x, 0) = \mu_1(x), \ \ 0 \le x \le a, \qquad (2)$$

$$u(0, t) = \mu_2(x)\,, \ \ 0 \le t \le T \qquad (3)$$

Здесь (2) начальное условие называется (3) граничным условием, а (1) - (3) смешанным случаем.

Решение определяется в смысле G = [0, a] x [0, T].

Теперь для решения (1) - (3) введем прямоугольный тип в области G

$$\omega_h = \{\ x_i = ih,\ i=1,\ N\text{-}1,\ h=1/N\ \} \quad ,$$

$$\omega_\tau = \{\ t_j = j\tau,\ j=1,\ M\text{-}1,\ \tau = T/M\ \} \quad ,$$

$$\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau$$

и напишим следующие диаграммы с вычитанием:

$$[(y_i^{j+1} - y_i^j) + c\,(y_i^j - y_{i-1}^j)/ h] / \tau = \varphi_i^j \qquad (4)$$

$$\varphi_i^j = f(x_i - h/2, t_j + \tau/2)$$

$$[(y_{i-1}^{j+1} - y_{i-1}^j) + c\,(y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1})/ h] / \tau = \varphi_i^j \qquad (5)$$

$$[(y_i^{j+1} - y_i^j) + c\,(y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1})/ h] / \tau = \varphi_i^j \qquad (6)$$

и симметричные

$$(y_i^{j+1} + y_{i-1}^{j+1} - y_i^j - y_{i-1}^j) / 2\tau + c(y_i^{j+1} + y_i^j - y_{i-1}^{j+1} - y_{i-1}^j)/ 2h = \varphi_i^j \quad (7)$$

эти круговые схемы называются бегущими схемами, и (9) схема открыта, остальные являются эпическими схемами. Однако расчеты для эпических схем можно организовать как в открытой схеме.

(4) проверить ошибку аппроксимации схемы. Предположим, что исходные данные непрерывно дифференцируются дважды (f, x, t) и подчиняются следующим условиям:

$$\frac{d^q\mu_2(0)}{dt^q} = (-c)^q \frac{d^q\mu_1(0)}{dx^q}, \quad 0 \le q \le 2, \quad (8)$$

В этом случае решение (x, t) двумерно дифференцируется, и мы получаем его ряд Тейлора:

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \tau(u_t')_i^j + \tau^2 (u_{tt}'')_i^j /2$$

$$u_{i-1}^j = u_i^j - h\,(u_x')_i^j + h^2 (u_{xx}'')_i^j /2$$

$$\varphi_i^j = f_i^j + \tau(f_t')_i^j /2 - h\,(f_x')_i^j /2$$

Исходя из этого рассмотрим схему схемы (4)

$$\psi_i^j = (\partial u/\partial t + c\,\partial u/\partial x - f)_i^j - [(u_i^{j+1} - u_i^j)/h + c\,(u_i^j - u_{i-1}^j)/ h - \varphi_i^j] =$$

$$= \tau\,(f_t' - f_{tt}'')_i^j /2 + h\,(c\,u_{xx}'' - f_x')_i^j /2 = O(\tau + h) \qquad (9)$$

Таким образом (4) схема дивергенции имеет одинаковый порядок утверждений по h и t.

Это происходит следующим образом, когда мы определяем принцип максимума подраздела (4) принципиальной схемы.

$$1/\tau \ge c/h + | 1/\tau - c/h |$$

это неравенство будет выполнено, если будет выполнено условие Куранта

$c\ \tau \le h$ (10)

Следовательно, диагональная диаграмма (4) является условной

$$||y^{j+1} - u^{j+1}||_c \le ||y^j - u^j||_c \quad ,j=0, 1, ... M. \qquad (11)$$

выполняется.

Остальные схемы могут быть указаны таким же образом. (5) условие схемы стагнации

$$c\ \tau \le h$$

и O (t + h) становится более точным.

Схема разделения (6) является безусловной, с вышеприведенными гипотезами, что O (t + h) быстро приближается,

yj → uj, если h → 0, t → 0. (7) - вторая диаграмма порядок приближения, то есть апроксимация ψi j = O (τ 2 + h2) тогда это считается безусловной статической схемой.

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *О существовании и поведении интегральных многообразий для систем нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр, Автореферат дис. канд. физ. -мат. наук, Институт маг-ки, АН УССР, К. 1957-год*
2. *Кривошеин Л.Е. Исследования интегро-дифференциальных уравнений в Киргизском университете. Материалы 10-ой научной конференции проф. преп. состава физ. мат. ф-та, Фрунзе. 1961-год*
3. *Исследование нерегулярно возмущенных дифференциальных систем методом интегральных многообразий. Автореф. дисс. доктора физико-математических наук, Издательство АН УССР, К. 1966-год*
4. *Таджибаев Ш., Шыхыев Р. Текст лекций в области вычислительных экспериментов. Кафедра «Прикладная математика и информатика» для*

студентов 3 курса Каракалпакский государственный университет имени Бердаха. Математический факультет. Нукус - 2007 год